

数学科学習指導案

研究主題

多様な考え方を働かせることができる生徒の育成を目指した指導法の工夫
～共に学び合う数学的活動を通して～

- 1 日 時 令和4年度 11月15日 火曜日 14:00～14:50
- 2 展開学級 3年 組 (在籍 名)
- 3 展開教室 3年 組 教室
- 4 授業者
- 5 指導者 講 師
協力員
- 6 協議会 場所： 図書室 時間： 15:00～

1 単元名 図形の相似（第3学年、「B 図形」）

2 単元について

小学校算数科では、第6学年で、図形についての観察や構成などの活動を通して縮図や拡大図について学習し、二つの図形の形が同じであることを、縮図や拡大図を通して理解してきている。これを踏まえ、中学校数学科では、三角形や多角形などについて形が同じであることの意味をさらに明確にすることになる。相似の意味を理解する場合、いろいろな割合で拡大したり縮小したりして図をかくことによって、相似な図形のイメージを豊かにすることが大切である。

今回の授業では、普段教え込まれることが多く、それを利用した問題が解ければよしとされていることが多い相似比と体積の比について着目をした。特におゆみ野南中学校の生徒は1年次から入塾率が高く、基礎的な計算方法を学んだら沢山の問題を解くドリル形式で力を伸ばしている生徒がとても多くみられる。全国学力学習状況調査でも、ほとんどの項目が全国平均よりも5～10ポイント近い値を示している。しかし、知識を活用する問題や関心・意欲に関する質問では、全国平均とほぼ変わらない数値である。このことから、生徒は教えられたことはできるが、なぜそうなるのか、何に知識が活かせるのかを考える力が弱いと考えた。この相似比と体積の比の関係性についても、相似比が $m:n$ ならば $m^3:n^3$ であることを知っている生徒は多くとも、なぜそうなるのかを理解している生徒は少ないと予想される。中学生にとって事象を一般化すること、特に辺の長さや割合に文字を用いることはかなり難しいと感じるであろうが、この学習を通して一般化の大切さだけでなく、他に活かせる確かな学力を身につけさせたい。そこで、様々な立体で試すことでイメージを豊かにし、応用力につなげられたらと考えた。

3 生徒の実態

4 「対話的な学び」の視点に立った授業改善について

「対話的な学び」を実現するために、次の3点を行っている。

(1) 自分の意見をまとめる

他の生徒と話し合い活動を行う前に、必ず自分の考えをまとめる時間をとっている。ただ話し合い活動を行うだけでは、他の生徒の考えを聞いて終わりになってしまう生徒が出てしまう。特に低学力や数学に対して苦手意識を持つ生徒によくみられる。そこで、まずは課題に対して自分の意見をまとめることを大切にしながら、受け身ではなく、自らの意見を持とうとする姿勢を支援している。

(2) 生徒同士の話し合い活動から生まれる対話的な学び

「2 単元について」で示したとおり、この3年間を通して話し合い活動で自分の意見を相手に伝えたり、相手の意見を聞いて自己の意見を深めたりする場面を大切にしてきた。代表的な場面では、1年では7章資料の活用にて「平均値・中央値が同じ水泳選手2人をどう選ぶか」や2年4章図形の

調べ方にて「矢じり型のくぼんだ角の大きさをどう求めるか」、3年3章二次方程式にて「ある二次方程式をどう解くと効果的なのか」など、生徒同士で意見を交わしながら考察する場面を多く設定することで、多様な考えから自己の考えを見つめなおしたり、確立させたりできるようにしてきた。

今回の指導案では、対話的な学びの前段階として、教え込まれることが多い相似比と体積の比の関係性について、深く考える場面を設定した。本校は入塾率が高く、知識のみ膨らんでしまい、なぜその知識が必要なのか、どう活用するのかを考えるまでに至らない生徒が多い。相似の利用場面において、自己の考えがさらに深められるよう今回の課題に臨ませたい。

(3) 生徒と教師のやり取りについて

普段の授業では、(1)のような個人の考えを深めるような場面において、アドバイスを送ったり、なぜそう考えたのかを質問をしたりすることで、生徒の考えをより引き出すことを意識している。もしその考えが意図したものと違っていても直接指導するのではなく、ヒントを与えたり(2)の他の生徒との対話的な場面にて、討論をする中で間違えに気づいたりすることが、生徒の考えをより深めることにつながると考える。

以上のことから、生徒の考えをより深めるために「対話的な学び」を有効活用していきたい。

5 単元の目標

- (1) 図形の相似について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。
 - ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
 - ア 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。
 - イ 基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解すること。
 - イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
 - ア 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。
 - イ 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめること。
 - ウ 相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。

6 評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解している。	①三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。	①相似な図形の性質の必要性と意味を考えようとしている。
②基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解している。	②平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめることができる。	②図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。
③のなどの記号を用いて図形の関係を表したり読み取ったりすることができる。	③相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。	③相似な図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしていたりしている。

7 指導と評価の計画

[表○] 単元指導及び評価計画「相似な図形」 22 時間【本時の展開 19 時間目】

時	小単元名	○学習問題（学習課題） ・ 学習内容 波線下線…主たる対話的な学び	評価の観点			主たる評価 [観点] (評価方法)
			知	思	態	
1 ～ 6	1 相似な図形	1 相似な図形	◎			知①：行動観察 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解できるか。
		2 三角形の相似条件	◎			知①：行動観察 三角形の相似条件を理解することができるか。
		3 三角形の相似条件と証明	○	◎		思①：行動観察 三角形の相似条件をももとにして図形の性質を論理的に確かめることができるか。
7 ～ 14	2 平行線と線分の比	1 平行線と線分の比	○	◎		思①：行動観察、ノート 平行線と線分の比についての性質を見いだし、それらを確かめること。
		2 中点連結定理		○	◎	思③：行動観察、ノート 平行線と線分の比の特別な場合として、中点連結定理を見いだすことができたか。
15 ～ 19	3 相似な図形の計量	1 相似な図形の面積	◎	○		知②：行動観察 相似な図形の相似比と面積の比との関係について理解できるか。
		2 相似な立体の表面積・体積（本時）	○		◎	知②：行動観察、ノート 態②：行動観察 体の表面積の比や体積の比がなぜ相似比

						の二乗、三乗になるのかを見いだすことができたか。
20 ～ 21	4 相似の 利用	1 相似の利用		◎	○	思③：行動観察、ノート 相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができたか。
22	5 章末問 題	1 章末問題		○	◎	

8 本時（第19時）について

（1）本時の目標

①相似な図形の体積を比較し、相似比と体積の比の関係を文字を利用して考えようとしている。

【知識・技能】

②既習事項を基に、相似な図形の体積の比について、相似比と関連付けて理解しようとしている。

【学びに向かう力】

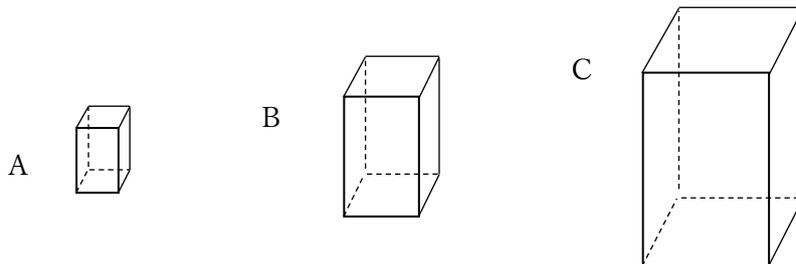
（2）本時の展開

過程	生徒の学習内容と活動 ○…教師の発問 波線下線部…主たる対話的な学び	教師の指導・留意点 ◎指導や支援 ◆評価(評価方法)
導入 5分	<p>○前回の授業で、平面図形について、相似比と面積の比について考えました。どんな関係性がありましたか？</p> <p>【予想される生徒の反応】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・相似比の二乗が面積の比となる。 ・相似比$m:n$ならば面積の比$m^2:n^2$である。 <p>○では、立体だったらどうでしょうか？表面積は？体積は？</p> <p>【予想される生徒の反応】</p> <ul style="list-style-type: none"> ・面積の比はそれぞれが2乗の関係になるから、やはり相似比が$m:n$ならば$m^2:n^2$になるはずだ ・体積も2乗 or 3乗 or それより大きい&小さい ・立体でもそれぞれの面は平面図形だから、前回同様に表面積は関係性を持つ。 ・高さが変わると形が変わるから、関係性はない 	<p>◎前時の相似比と面積の比の関係性について振り返り、次に体積であればどうなるかを予想させる。生徒の入塾率が高く、3乗になることを知っている生徒が多くいると予想されるが、なぜそうなるのか、本当にそうなるのかを検証している生徒はとても少ない。今回は様々なパターンから、間違いなく相似比$m:n$ならば体積の比が$m^3:n^3$になることを実感させたい。</p> <p>◎高さが変わると形が変わると考えている生徒については、底面だけでなく高さも一定に変えることで相似な立体となることを確認する。</p>

問題
解決
&
集団
討議
30分

課題プリントの配布

1 相似比が $1 : 2 : 3$ である直方体 A、B、C について、次の問いに答えなさい。



(1) A : 底面の縦 1 cm 、横 2 cm 、高さが 3 cm の直方体のとき、表面積が $1 : 4 : 9$ になるように、B と C の高さとお底面の縦の長さ、横の長さを求めなさい。

(2) A、B、C の体積をそれぞれ求め、気づいたことを書きなさい。

【予想される生徒の反応】

1 (1) 相似比が $1 : 2 : 3$ であるから、各辺の長さはそれぞれ 2 倍、 3 倍とすればよい。

(2) それぞれの体積は A. 6 cm^3 と B. 48 cm^3 、C だから、 162 cm^3 。よって、体積の比は $1 : 8 : 27$ である。

○相似比と体積の比について、何か気づくことはありますか。

- ・相似比を 3 乗したものが体積の比になっている
- ・平面図形の相似比と面積の比のように、関係性がありそう
- ・これだけだと関係性があるかどうかは判断できない。
- ・他の場合も調べてみないとわからない。

◎課題への導入として、直方体を用いて相似比と体積の比の関係性を予想させる。

◆既習事項をもとに、相似な体積の比について、相似比と関連付けて理解しようとしている。【知識・技能】(プリント)

◆相似比と面積の比を求めることができる。【知識・技能】(プリント)

◎用語「体積の比」について確認をする。

◆既習事項をもとに、相似な図形の面積の比について、相似比と関連付けて理解しようとしている。【主体的に学習に取り組む態度】(プリント)

◆相似比と体積の比から関係性を見出すことができる。【思考・判断・表現】(プリント)

相似比と体積の比の関係性について調べてみよう。

○では、関係性を調べるためにはどうすればよいですか？

【予想される生徒の反応】

- ・大きさを変えてみる。
- ・他の立体ではどうなるかを試してみる。
- ・一辺の長さを文字で考えてみて、 3 乗の関係が成り立つかを見してみる。

◎相似比と体積の比の関係性について、様々な立体や大きさ変えても成り立つのかを演繹的に考えさせることで相似比が $m : n$ ならば体積の比は間違いなく $m^3 : n^3$ であることを実感させたい。また、具体数だけでなく、文字で考えることによ

○では文字で考えるために、例題を確認してみましょう。

A→Bは底辺の縦、横と高さをそれぞれ2倍しており、A→Cはそれぞれ3倍した長さになっている。ここでAの立体の底辺の縦をa cm、横をb cm、高さをc cm、A、B、Cの相似比が1 : m : nとすると、Bの立体の3辺はm a cm、m b cm、m c cmとなり、Cの立体の3辺はn a cm、n b cm、n c cmとなる。これを利用して、ほかの立体でも考えてみましょう。

○直方体以外で、これまでに学習した立体は何がありましたか？

【予想される生徒の反応】

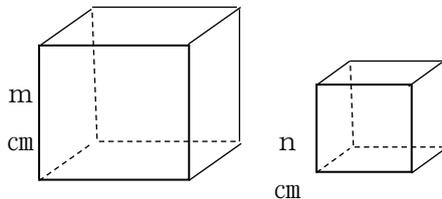
立方体、円柱、球、角錐、円錐など

○では、様々な立体で調べてみましょう。

好きな立体で調べてみてください。辺の長さや半径の大きさは各自で設定してください。

【予想される生徒の反応】※文字で表した場合のみ

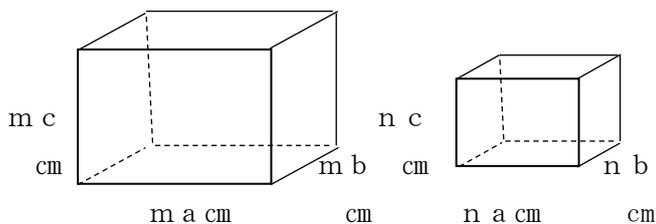
・立方体の場合



相似比 $m : n$

体積比 $m^3 : n^3$

・直方体の場合



相似比 $m : n$

体積 $m a \times m b \times m c : n a \times n b \times n c$

$= a b c m^3 : a b c n^3$

$= m^3 : n^3$

って、一般化していくことにもふれたい。

◎相似比と体積の比の関係性を一般化できるよう、各辺を文字であらわしてみる。

◎手が止まっている生徒には、体積の求め方を記載したヒントカードを与える。

◎文字を利用した一般化を行う場面では、多くの生徒が苦手であり、手をとめてしまうと予想されるので、他の生徒と相談をしながら進めてもよいものとする。

◎関係性を見つけた生徒には、リトルティーチャーとして周囲の生徒にアドバイスをしてもらう。

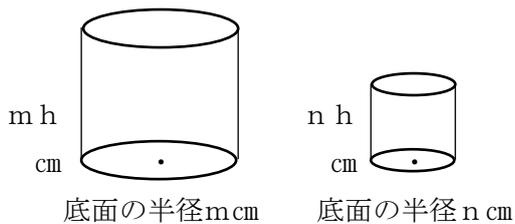
◆相似比と体積の比の関係性を見出そうとしているか。【主体的な学びに向かう態度】(プリント)

◆文字を利用して、相似比と体積の比の関係を考えているか。【思考・判断・表現】(プリント)

◎立方体や球など、小学校から馴染みの深い立体だけでなく、計算は大変だが1学年で学習した錐体の場合でも成り立つことを実感させたい。

◆文字を利用して、相似比と体積の比の関係を考えているか。【思考・判断・表現】(プリント)

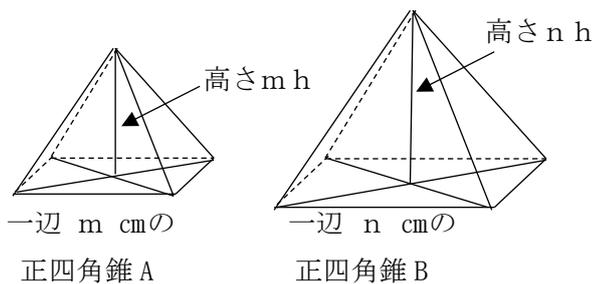
・円柱の場合



相似比 $m : n$

$$\begin{aligned} \text{体積} & m^2 \pi \times mh : n^2 \pi \times nh \\ & = \pi h m^3 : \pi h n^3 \\ & = m^3 : n^3 \end{aligned}$$

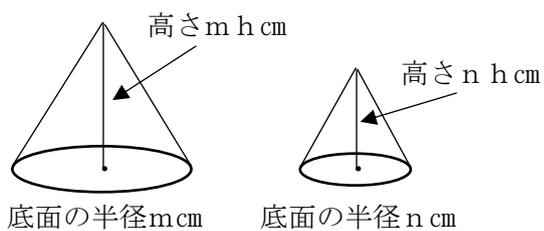
・角錐の場合



相似比 $m : n$

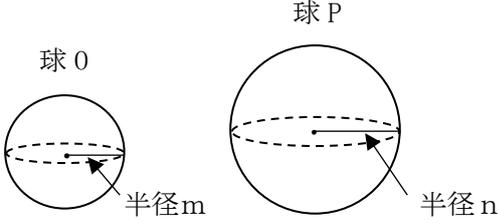
$$\begin{aligned} \text{体積比} & \frac{1}{3} m^2 \times mh : \frac{1}{3} n^2 \times nh \\ & = \frac{1}{3} m^3 h : \frac{1}{3} n^3 h \\ & = m^3 : n^3 \end{aligned}$$

・円錐の場合



相似比 $m : n$

$$\begin{aligned} \text{体積比} & \frac{1}{3} \times \pi m^2 \times mh : \frac{1}{3} \times \pi n^2 \times nh \\ & \frac{1}{3} \pi m^3 h : \frac{1}{3} \pi n^3 h \\ & m^3 : n^3 \end{aligned}$$

	<p>・球の場合</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p>相似比 $m : n$</p> <p>体積 球0 $\rightarrow \frac{4}{3}\pi \times m^3$</p> <p>球P $\rightarrow \frac{4}{3}\pi \times n^3$</p> <p>体積の比 $\frac{4}{3}\pi \times m^3 : \frac{4}{3}\pi \times n^3$</p> <p style="text-align: center;">$m^3 : n^3$</p>	
<p>一般 化の 確認 10分</p>	<p>○<u>それぞれが調べた立体を確認し、相似比と体積の比の関係性をまとめましょう。</u></p> <p>5分ほど時間をとり、生徒同士が自由に調べたものを見せ合うことで学習問題に迫っていく。</p> <p>→ 話し合いの様子を観察し、数名を指名して板書をしてもらう。</p> <p>○席につき、黒板に書かれた立体を確認しましょう。</p> <p>○これまでに学習したどの立体でも、相似比が$m : n$ならば、</p>	<p>◎自分が調べた立体の結果と、他の生徒が調べた立体の結果を見せあい、相似比が$m : n$ならば、確かに$m^3 : n^3$となることを確認する。確認の方法は、班ごとでの話し合いではなく、自由に動き相談をしてよいとする。</p> <p>◆周囲の生徒とともに、相似比と体積の比の関係性を見出そうとしているか。【主体的な学びに向かう態度】(話し合い)</p>
<p>まとめ 5分</p>	<p>○今日学んだことをまとめてください。</p> <p>各自ノートにまとめ、発表させる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: fit-content;"> <p>まとめ 相似比を3乗すると、体積の比になる。</p> </div> <p>適応問題 学校図書「カップヌードルはどちらが得？」</p>	<p>◎板書されたことと自分の調べたものを比較し、他の場合でも相似比と体積の比の関係性について考えを深める時間にしたい。</p> <p>適応問題は学校図書に掲載されていたものを利用する。(別紙参照)</p>

(3) 本時の評価

①相似な図形の体積を比較し、相似比と体積の比の関係を文字を利用して考えようとしていたか。

【知識・技能】

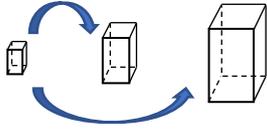
②既習事項を基に、相似な図形の体積の比について、相似比と関連付けて理解しようとしていたか。

【学びに向かう力】

(4) 板書計画

11/15 相似比と体積の比の関係性について調べてみよう。

○ 前回の復習から



相似比 $1 : 2 : 3$

体積の比 $1 : 8 : 27$

○ 相似比と体積の比にはどんな関係がある？

○ これまでに学習した立体で調べてみよう。

例 立方体、直方体、角錐
円錐、球

生徒数名に板書してもらおう。

○ まとめ

相似比が $m : n$ のとき、
体積の比は $m^3 : n^3$ である。

○ 適応問題